



Control 4

P1. (i) (3,0 ptos.) Calcule la siguiente sumatoria, expresando el resultado en función de n

$$\sum_{k=0}^n \sum_{j=0}^k \binom{k}{j} (3^j + 2^{k-j}).$$

(ii) (3,0 ptos.) Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $\forall x, y \in \mathbb{R}^+$,

$$f\left(\frac{x}{y}\right) = f(x) - f(y).$$

Demuestre que

$$\sum_{i=1}^n f\left(1 + \frac{1}{i}\right) = f(n+1).$$

P2. (i) (3,0 ptos.) Sean A y B conjuntos no vacíos cualesquiera. Demuestre que $|A \times B| = |B \times A|$. Justifique detalladamente.

(ii) (3,0 ptos.) Se define el conjunto \mathcal{F} por

$$\mathcal{F} = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \mid f(0) = 0 \wedge \exists d \in \mathbb{N}, \forall n \in \mathbb{N}, f(n+1) = f(n) + d\}.$$

Demuestre que \mathcal{F} es numerable.

Consultas sólo al auxiliar de control

Justifique cada uno de sus pasos

Tiempo: 1:15